

CONTROLE N°1
Décembre 2016
Durée: 2 heures

Exercice 01

Le fer présente 3 variétés allotropiques. En dessous de 910°C , le fer cristallise dans le réseau cubique centré (fer α); entre 910 et 1410°C , le fer, sous forme γ , cristallise dans le réseau cubique à faces centrées. Entre 1410 et 1538°C (fusion du fer), c'est la variété cubique centré qui est stable.

On se propose d'étudier la variété γ . On donne $M_{\text{Fe}} = 55,85 \text{ g.mol}^{-1}$ et $N = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ at/mole}$.

1. Déterminer le nombre d'atomes par maille et la coordinence de chaque atome
2. Représenter la maille en projection cotée sur le plan (x,y) .
3. Indiquer le motif, le réseau de Bravais et les translations de réseau.
4. Calculer le paramètre de maille a du fer γ . Le rayon atomique du fer est $R = 1,26\text{\AA}$.
5. Calculer la masse volumique du fer γ en (kg.m^{-3}) .
6. Calculer la compacité de ce cristal.
7. On s'intéresse maintenant à une solution solide de carbone dans le fer γ , appelée austénite, à 1% massique en carbone. On suppose que les atomes de carbone occupent les sites octaédriques.
 - 7.1. Préciser le nombre et la position de ces sites octaédriques,
 - 7.2. Déterminer leur habitabilité, c-à-d $R_{\text{O,lm}}$?

Exercice 02

A/ Titanate

Le titanate de plomb est un solide ionique qui existe à l'état naturel sous le nom de macédonite. Sa structure cristalline à haute température est la suivante:

- les ions plomb occupent les sommets d'un cube d'arête a
 - les ions oxyde occupent les centres des faces du cube
 - l'ion titane occupe le centre du cube.
1. Représenter la maille cubique décrite ci-dessus.
 2. Indiquer le nombre d'ions de chaque type par maille (justifier), en déduire la formule brute du titanate de plomb. Les ions plomb sont des ions Pb^{2+} , les ions oxyde sont des ions O^{2-} . En déduire si les ions titane sont ici des ions Ti^{2+} , Ti^{3+} ou Ti^{4+} .
 3. Indiquer pour un ion titane le nombre d'ions oxyde qui sont ses plus proches voisins (coordinence Ti/O). Idem pour un ion plomb (coordinence Pb/O).
 4. Dans les structures ioniques idéales, les ions sont assimilés à des sphères dures et tous les anions sont tangents aux cations qui les entourent. Calculer, dans une structure idéale, la longueur de l'arête a du titanate de plomb de deux façons différentes :
 - en considérant d'une part que les ions plomb et oxyde sont tangents
 - en considérant d'autre part que les ions titane et oxyde sont tangents
 Conclure ?

Données : Rayon ionique de $\text{Pb}^{2+} : r_{\text{Pb}^{2+}} = 1,2\text{\AA}$, Rayon ionique de $\text{O}^{2-} : r_{\text{O}^{2-}} = 1,4\text{\AA}$
Rayon ionique de l'ion Titane : $r_{\text{Ti}^{4+}} = 0,68\text{\AA}$

B/ Titane Alpha

Le titane, à basse température $T < 882,5 \text{ } ^\circ\text{C}$, se trouve sous une forme cristalline hexagonale compacte Ti- α (Fig.1). La maille est un prisme droit à base hexagonale, de côté a et de hauteur c . Elle contient donc trois pseudo-mailles.

- ✓ 1. Quel est le nombre d'atomes présents dans la pseudo-maille. Justifier votre réponse à l'aide d'un schéma.
- ✓ 2. Exprimer en fonction des paramètres a et c , le volume V de la pseudo-maille.
3. Calculer la masse volumique de Ti- α ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$). Le titane est très utilisé dans l'industrie aéronautique. Commenter en comparant avec le fer- γ de l'exercice 1.
4. Dans le cas d'un hexagonal compact parfait, les atomes sont assimilés à des sphères dures de Rayon R et toutes les sphères sont tangentes entre elles. Déterminer l'expression de paramètre c de la maille en fonction de a .
5. Déterminer la valeur de la coordinence d'un atome de titane. Justifier.
6. Calculer la compacité d'un réseau hexagonal compact parfait.
7. Le cas étudié n'est pas tout à fait parfait, quelle est la distance entre deux atomes de titane proches voisins suivant l'axe c . Conclure.

Données : $M_{\text{Ti}} = 47,9 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $a = 2,951 \text{ \AA}$ et $c = 4,686 \text{ \AA}$.

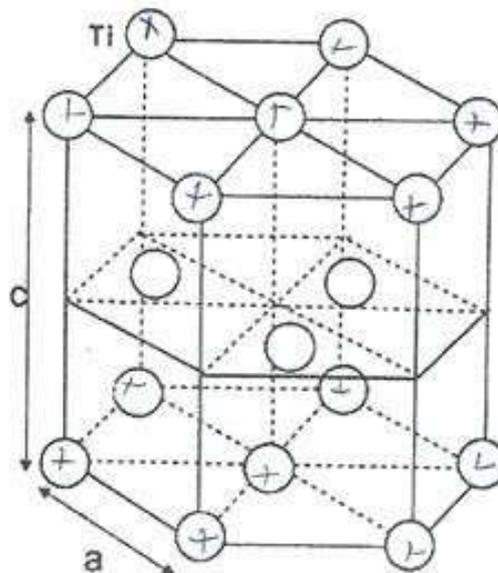


Fig.1

Contrôle terminal
Propriétés de base des matériaux
Durée : 2 heures

Exercice 1. Dans un semi-conducteur, la densité d'état des électrons dans la bande de conduction est :

$$N_C(E) = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} \cdot (m_e^*)^{3/2} \cdot (E - E_C)^{1/2}$$

Dans le cas d'un semi-conducteur non dégénéré, la fonction de distribution de *Fermi-Dirac* pour les électrons peut être approchée par la fonction de *Maxwell-Boltzmann* $f_n(E) \simeq \exp[-(E - E_F)/kT]$.

1. Quelle est la différence fondamentale entre un isolant, un semi-conducteur et un conducteur ?
2. Déterminer l'expression de la densité d'électrons $n(T)$ dans la bande de conduction. On donne $\int_0^\infty x^{1/2} \exp[-x] dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.
3. Simplifier l'expression précédente de $n(T)$ en prenant

$$N_C(T) = 2 \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

4. En déduire, sans faire de calcul, l'expression de la densité des trous dans la bande de valence.
5. Qu'est-ce qu'un matériau semi-conducteur intrinsèque ? Pour ce type de matériau, montrer que la densité des électrons libres peut s'écrire sous la forme $n_i(T) \simeq A \cdot T^{3/2} \cdot \exp[-E_g/2kT]$
6. Déterminer la position du niveau de Fermi E_{F_i} dans un semi-conducteur intrinsèque en fonction des masses effectives m_e^* et m_h^* .
7. Qu'est ce qu'un semi conducteur de type N ? Pour ce matériau, exprimer la densité des électrons libres n en fonction de la densité intrinsèque n_i et le niveau de Fermi intrinsèque E_{F_i} . Que peut-on en déduire concernant la position du niveau de Fermi E_F dans un semi-conducteur de type N par rapport au niveau de Fermi E_{F_i} .

Exercice 2. Soit un réseau direct dont les vecteurs de base sont \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} (Fig.1). Considérons le plan ABC , le plus proche de l'origine et dont les indices de *Miller* sont h , k et l .

1. Montrer que le vecteur \vec{N}_{hkl}^* du réseau réciproque est normale aux plans directs (hkl) .
2. Soit d_{hkl} la distance interréticulaire entre deux plans de la famille (hkl) , montrer que : $d_{hkl} \cdot N_{hkl}^* = \vec{OA} \cdot \vec{N}_{hkl}^*$. En déduire que la distance d_{hkl} est égale à l'inverse de la norme du vecteur \vec{N}_{hkl}^*

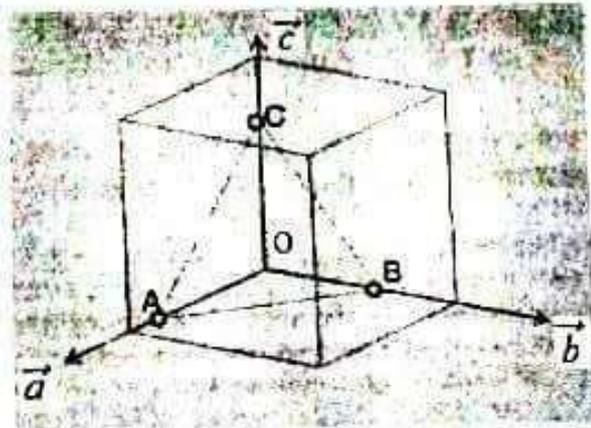


FIGURE 1 - Plan ABC d'indices de Miller (hkl)

3. Construire le réseau réciproque associé au réseau quadratique ($a = b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$). On tracera la projection des réseaux direct et réciproque sur le plan (001) , à partir de la même origine.
4. Déterminer l'expression de d_{hkl} dans le cas d'un réseau quadratique.
5. Sur le même schéma que vous avez tracé à la question 3, construisez le plan (130) du réseau direct et la rangée $[130]$ du réseau réciproque. Que remarquez-vous ?
6. Quel est l'intérêt d'utiliser le réseau réciproque ? Déterminer l'expression de l'angle θ entre les plans (hkl) et $(h'k'l')$ du réseau direct. Calculer l'angle θ formé par les plans (130) et (310) dans une maille quadratique, caractérisée par $a = 4,59 \text{ \AA}$ et $c = 2,95 \text{ \AA}$.

$A^\circ = 10^{-10} \text{ m.}$